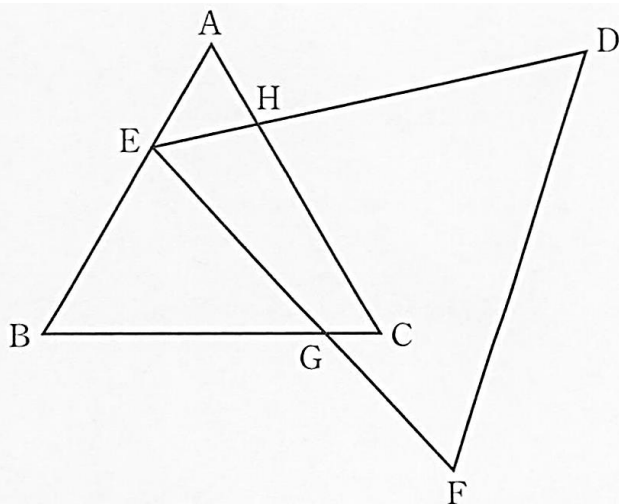


入試にチャレンジ! (2, 3年 図形の証明)

【栃木県立入試問題】

右の図のように、正三角形 ABC と正三角形 DEF があり、点 E は辺 AB 上にある。また、辺 BC と辺 EF、辺 AC と辺 DE はいずれも交点をもち、その交点をそれぞれ G, H とする。

このとき、 $\triangle AEH \sim \triangle BGE$ となることを証明しなさい。



令和 7 年度

----- 解 答 -----

(例)

$\triangle AEH$ と $\triangle BGE$ において

$\triangle ABC$ は正三角形だから

$$\angle A = \angle B = 60^\circ$$

.....①

$\angle HEB$ は $\triangle AEH$ の外角だから

$$\angle HEB = \angle A + \angle AHE$$

$$\text{①より } \angle HEB = 60^\circ + \angle AHE$$

.....②

$$\text{また } \angle HEB = \angle HEG + \angle BEG$$

$\triangle DEF$ は正三角形だから $\angle HEG = 60^\circ$

$$\text{よって } \angle HEB = 60^\circ + \angle BEG \quad \text{.....③}$$

$$\text{②, ③より } \angle AHE = \angle BEG \quad \text{.....④}$$

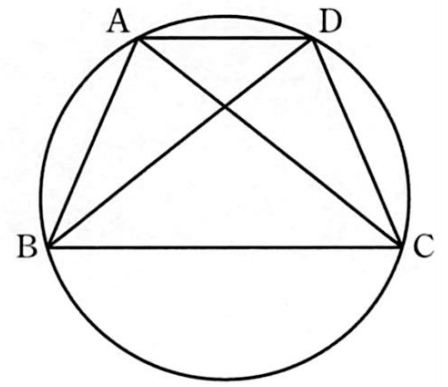
①, ④より 2 組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle AEH \sim \triangle BGE$

右の図のように、4点A, B, C, Dは同じ円周上にあり、 $AD \parallel BC$ である。

このとき、 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ であることを証明
しなさい。

令和6年度



----- 解 答 -----

$\triangle ABC$ と $\triangle DCB$ において

円周角の定理より

$$\angle ACB = \angle ADB$$

$$\angle ABD = \angle ACD$$

$AD \parallel BC$ より

$$\angle ADB = \angle DBC$$

.....①

.....②

.....③

$$\text{①, ③より } \angle ACB = \angle DBC \quad \text{.....④}$$

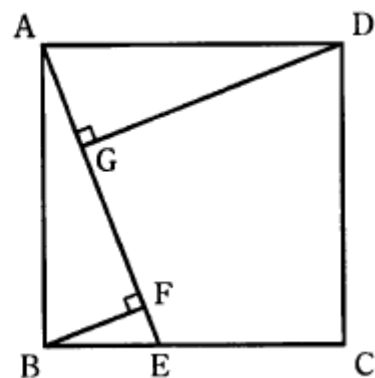
$$\text{②, ④より } \angle ABC = \angle DCB \quad \text{.....⑤}$$

$$BC \text{ は共通} \quad \text{.....⑥}$$

④, ⑤, ⑥より1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$

- 3 右の図のように、正方形 ABCD の辺 BC 上に点 E をとり、
 頂点 B, D から線分 AE にそれぞれ垂線 BF, DG をひく。
 このとき、 $\triangle ABF \equiv \triangle DAG$ であることを証明しなさい。

令和 5 年度



----- 解 答 -----

$\triangle ABF$ と $\triangle DAG$ において

仮定より

$$\angle BFA = \angle AGD = 90^\circ \quad \text{.....①}$$

$$AB = DA \quad \text{.....②}$$

$$\angle BAD = 90^\circ \text{ より}$$

$$\angle BAF = 90^\circ - \angle DAG \quad \text{.....③}$$

$\triangle DAG$ において

$$\angle ADG = 180^\circ - (90^\circ + \angle DAG)$$

$$= 90^\circ - \angle DAG \quad \text{.....④}$$

③, ④より

$$\angle BAF = \angle ADG \quad \text{.....⑤}$$

①, ②, ⑤より

直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから

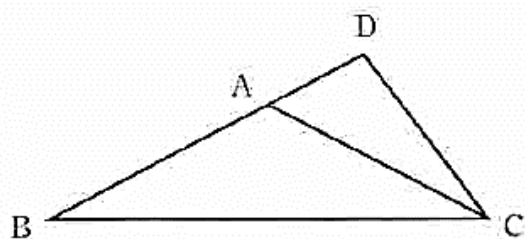
$$\triangle ABF \equiv \triangle DAG$$

【栃木県立入試問題】

右の図のような、 $AB = AC$ の二等辺三角形 ABC があり、辺 BA の延長に $\angle ACB = \angle ACD$ となるように点 D をとる。ただし、 $AB < BC$ とする。

このとき、 $\triangle DBC \cong \triangle DCA$ であることを証明しなさい。

令和4年度



解 答

$\triangle DBC$ と $\triangle DCA$ において

二等辺三角形の底角は等しいから

$$\angle ABC = \angle ACB \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

仮定より

$$\angle ACB = \angle ACD \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①、②より

$$\angle DBC = \angle DCA \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

共通な角だから

$$\angle BDC = \angle CDA \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

③、④より

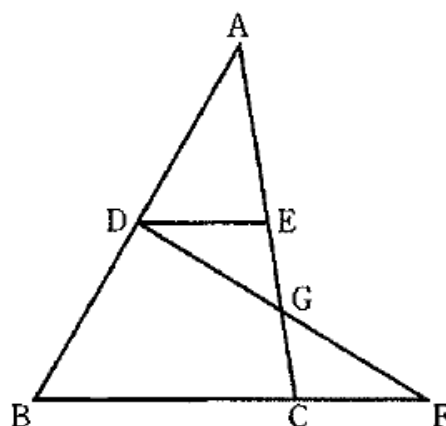
2組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle DBC \cong \triangle DCA$$

右の図のように、 $\triangle ABC$ の辺 AB , AC の中点をそれぞれ D , E とする。また、辺 BC の延長に $BC : CF = 2 : 1$ となるように点 F をとり、 AC と DF の交点を G とする。

このとき、 $\triangle DGE \cong \triangle FGC$ であることを証明しなさい。

令和 3 年度



解 答

(例)

$\triangle DGE$ と $\triangle FGC$ について

$\triangle ABC$ で、点 D , E はそれぞれ

辺 AB , AC の中点であるから

$$DE \parallel BC \quad \dots\dots ①$$

$$DE = \frac{1}{2} BC \quad \dots\dots ②$$

①より $DE \parallel BF$ だから、錯角は等しいので

$$\angle GED = \angle GCF \quad \dots\dots ③$$

$$\angle EDG = \angle CFG \quad \dots\dots ④$$

また、 $BC : CF = 2 : 1$ から

$$CF = \frac{1}{2} BC \quad \dots\dots ⑤$$

②, ⑤より

$$DE = FC \quad \dots\dots ⑥$$

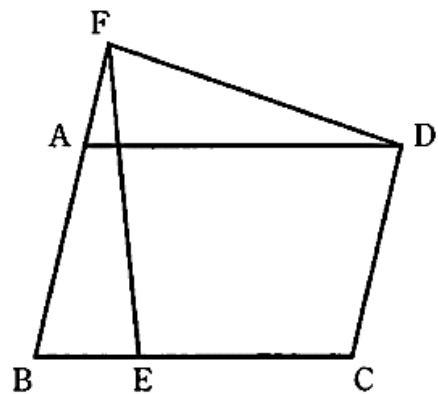
③, ④, ⑥より、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle DGE \cong \triangle FGC$$

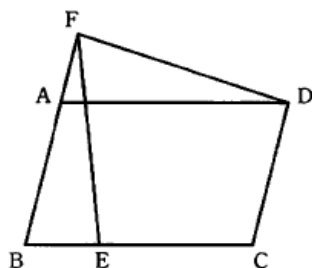
右の図のような、 $AB < AD$ の平行四辺形 $ABCD$ があり、辺 BC 上に $AB = CE$ となるように点 E をとり、辺 BA の延長に $BC = BF$ となるように点 F をとる。ただし、 $AF < BF$ とする。

このとき、 $\triangle ADF \equiv \triangle BFE$ となることを証明しなさい。

令和2年度



----- 解 答 -----



(例)

$\triangle ADF$ と $\triangle BFE$ において

四角形 $ABCD$ は平行四辺形なので

$AD \parallel BC$ より、同位角は等しいから

$$\angle DAF = \angle FBE \quad \text{.....①}$$

$$\text{仮定より } AB = CE \quad \text{.....②}$$

$$BF = BC \quad \text{.....③}$$

$$\text{ここで } AF = BF - AB \quad \text{.....④}$$

$$BE = BC - CE \quad \text{.....⑤}$$

$$\text{②, ③, ④, ⑤より } AF = BE \quad \text{.....⑥}$$

平行四辺形の対辺は等しいから

$$AD = BC \quad \text{.....⑦}$$

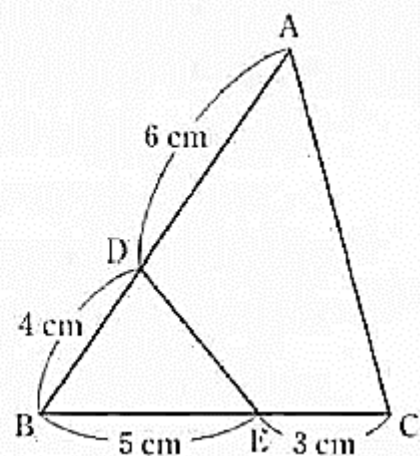
$$\text{③, ⑦より } AD = BF \quad \text{.....⑧}$$

①, ⑥, ⑧より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

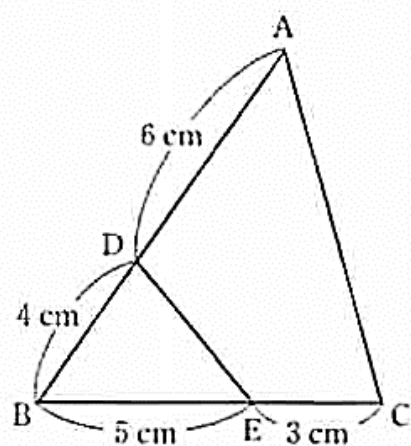
$$\triangle ADF \equiv \triangle BFE$$

右の図のように、 $\triangle ABC$ の辺AB上に点D、辺BC上に点Eをとる。このとき、 $\triangle ABC \sim \triangle EBD$ であることを証明しなさい。

平成31年度



----- 解 答 -----



(例)

$\triangle ABC$ と $\triangle EBD$ において

$$AB : EB = 10 : 5 = 2 : 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$BC : BD = 8 : 4 = 2 : 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①、②より

$$AB : EB = BC : BD \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

共通な角であるから

$$\angle ABC = \angle EBD \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

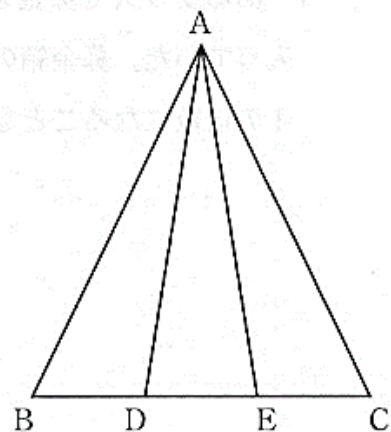
③、④より

2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABC \sim \triangle EBD$$

右の図のように、 $AB = AC$ の二等辺三角形 ABC の辺 BC 上に、 $BD = CE$ となるようにそれぞれ点 D , E をとる。ただし、 $BD < DC$ とする。

このとき、 $\triangle ABE \equiv \triangle ACD$ であることを証明しなさい。



平成30年度

解 答

〔証明〕

(例)

$\triangle ABE$ と $\triangle ACD$ において

仮定より $AB = AC$ ……①

$\triangle ABC$ は二等辺三角形だから

$\angle ABE = \angle ACD$ ……②

仮定より $BD = CE$ ……③

ここで

$BE = BD + DE$ ……④

$CD = CE + DE$ ……⑤

③, ④, ⑤より

$BE = CD$ ……⑥

①, ②, ⑥より

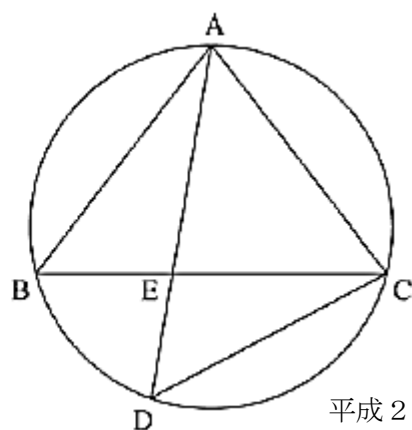
2組の辺とその間の角がそれぞれ

等しいから

$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$

右の図のように、円周上の3点A, B, Cを頂点とする△ABCがあり、 $AB=AC$ である。点Aを含まない方の弧BC上に点Dをとり、ADとBCの交点をEとする。

このとき、 $\triangle ADC \sim \triangle ACE$ であることを証明しなさい。



平成29年度

解 答

〔証明〕

(例)

△ADCと△ACEにおいて

共通な角であるから

$$\angle DAC = \angle CAE \cdots \cdots \textcircled{1}$$

弧ACに対する円周角の大きさ

は等しいから

$$\angle ABC = \angle ADC \cdots \cdots \textcircled{2}$$

仮定より△ABCは二等辺三角

形であるから

2つの底角は等しいので

$$\angle ABC = \angle ACE \cdots \cdots \textcircled{3}$$

②, ③より

$$\angle ADC = \angle ACE \cdots \cdots \textcircled{4}$$

①, ④より

2組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ADC \sim \triangle ACE$$

下の図1のような、 $AB < AD$ の平行四辺形 $ABCD$ がある。この平行四辺形を図2のように、頂点 C が頂点 A に重なるように折った。折り目の線と辺 AD 、 BC との交点をそれぞれ P 、 Q とし、頂点 D が移った点を E とする。

このとき、 $\triangle ABQ \equiv \triangle AEP$ であることを証明しなさい。

平成28年度

図1

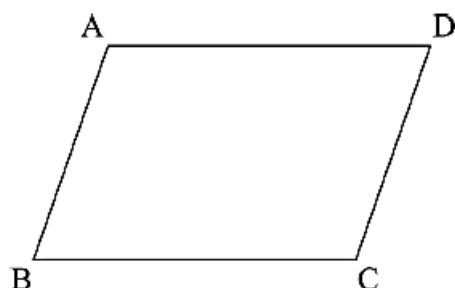
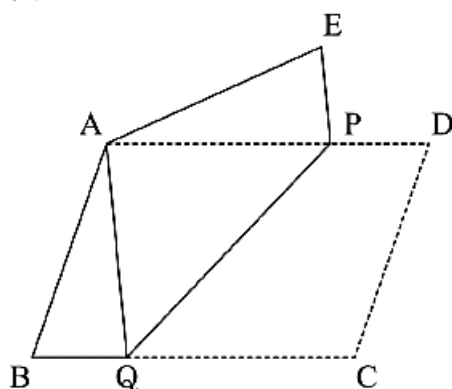


図2



----- 解 答 -----

〔証明〕

(例)

$\triangle ABQ$ と $\triangle AEP$ において

平行四辺形の対辺は等しく、折り返しているので、

$$AB = AE \quad \cdots \cdots \text{①}$$

平行四辺形の対角は等しく、折り返しているので、

$$\angle ABQ = \angle AEP \quad \cdots \cdots \text{②}$$

$$\angle BAP = \angle EAQ \quad \cdots \cdots \text{③}$$

ここで、

$$\angle BAQ = \angle BAP - \angle QAP \quad \cdots \cdots \text{④}$$

$$\angle EAP = \angle EAQ - \angle QAP \quad \cdots \cdots \text{⑤}$$

③, ④, ⑤より

$$\angle BAQ = \angle EAP \quad \cdots \cdots \text{⑥}$$

①, ②, ⑥より

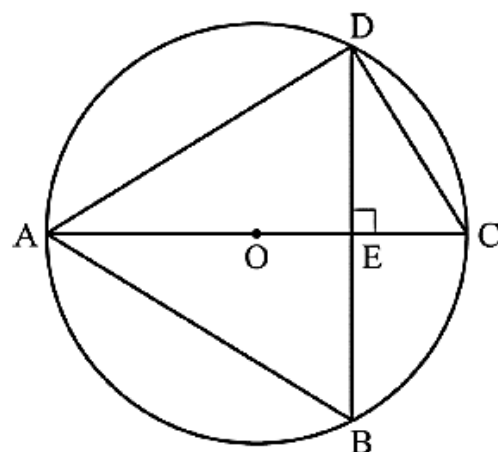
1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABQ \equiv \triangle AEP$$

右の図のように円 O の周上に 4 点 A, B, C, D があり、線分 AC は円 O の直径となっている。また、 AC と BD は垂直に交わり、その交点を E とする。

このとき、 $\triangle ACD \sim \triangle ABE$ であることを証明しなさい。

平成 27 年度



----- 解 答 -----

〔証明〕

(例)

$\triangle ACD$ と $\triangle ABE$ において

弧 AD に対する円周角の大きさは等しいから

$$\angle ACD = \angle ABE \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

半円の弧 AC に対する円周角は直角だから

$$\angle ADC = 90^\circ \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

仮定より

$$\angle AEB = 90^\circ \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

②, ③より

$$\angle ADC = \angle AEB \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

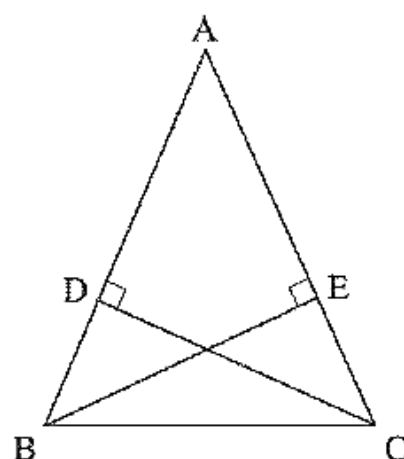
①, ④より 2 組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ACD \sim \triangle ABE$$

右の図のような、 $\angle A$ が鋭角で $AB=AC$ の二等辺三角形 ABC がある。辺 AB , AC 上に $\angle ADC = \angle AEB = 90^\circ$ となるようにそれぞれ点 D , E をとる。

このとき、 $AD=AE$ であることを証明しなさい。

平成 26 年度



解 答

〔証明〕

(例)

$\triangle ADC$ と $\triangle AEB$ において

仮定より

$$\angle ADC = \angle AEB = 90^\circ \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$AC = AB \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

∵ 共通な角であるから

$$\angle CAD = \angle BAE \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③より直角三角形の斜辺

と 1 つの鋭角がそれぞれ等しい

から

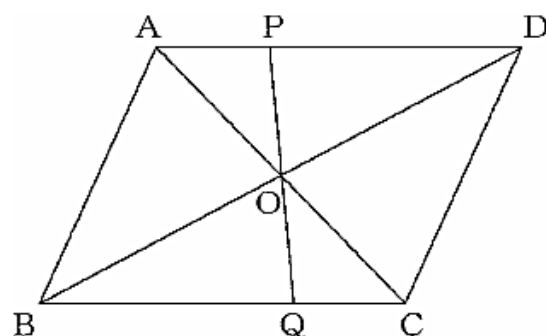
$$\triangle ADC \equiv \triangle AEB$$

$$\text{したがって } AD = AE$$

右の図のように、平行四辺形 ABCD の対角線の交点 O を通る直線と辺 AD, BC との交点をそれぞれ P, Q とする。

このとき、 $AP=CQ$ であることを証明しなさい。

平成 25 年度



----- 解 答 -----

(例)

$\triangle OAP$ と $\triangle OCQ$ において

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから

$$OA=OC \quad \text{.....①}$$

対頂角は等しいから

$$\angle AOP=\angle COQ \quad \text{.....②}$$

$AD \parallel BC$ より、平行線の錯角は等しいから

$$\angle OAP=\angle OCQ \quad \text{.....③}$$

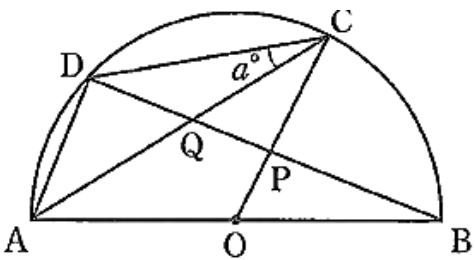
①, ②, ③より

1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle OAP \equiv \triangle OCQ$$

したがって $AP=CQ$

右の図のような線分 AB を直径とし点 O を中心とする半円 O がある。弧 AB 上に点 C, 弧 AC 上に点 D をとり, 線分 BD と 2 つの線分 OC, AC の交点をそれぞれ P, Q とする。



- このとき, 次の (1), (2) の問いに答えなさい。
- (1) $\angle ACD = a^\circ$ とするとき, $\angle BAD$ の大きさを a を用いて表しなさい。

平成 24 年度

- (2) $\triangle PQC \sim \triangle PCD$ を証明しなさい。

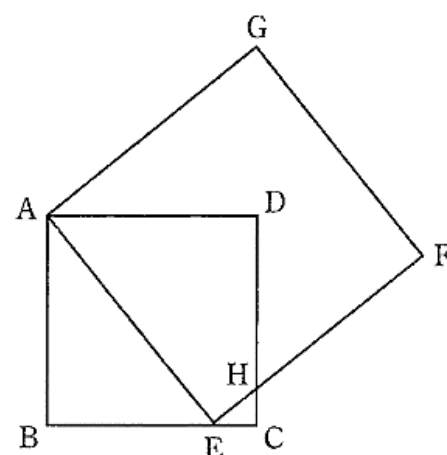
解 答

(1)	90-a (度)	3
(2)	〔証明〕 (例) $\triangle PQC$ と $\triangle PCD$ において 共通の角だから $\angle QPC = \angle CPD$① 弧 BC に対する円周角は等しいから $\angle BAC = \angle PDC$② OA, OC は円 O の半径だから $OA = OC$ よって, $\triangle OAC$ は二等辺三角形だから $\angle BAC = \angle PCQ$③ ②, ③より $\angle PCQ = \angle PDC$④ ①, ④より 2 組の角がそれぞれ等しいから $\triangle PQC \sim \triangle PCD$	7

右の図のように、正方形 ABCD の辺 BC 上に点 E をとり、AE を 1 辺とする正方形 AEFG をつくる。辺 CD と辺 EF の交点を H とすると、 $\triangle ABE \sim \triangle ECH$ である。

このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

- (1) $\triangle ABE \sim \triangle ECH$ であることを証明しなさい。
 (2) $AB = 5\text{cm}$ ， $BE = 4\text{cm}$ のとき、DH の長さを求めなさい。



平成 23 年度

----- 解 答 -----

(証明) (例)

$\triangle ABE$ と $\triangle ECH$ において

$$\text{仮定より } \angle ABE = \angle ECH = 90^\circ \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$\begin{aligned} \angle BAE &= 180^\circ - (90^\circ + \angle AEB) \\ &= 90^\circ - \angle AEB \quad \cdots \textcircled{2} \end{aligned}$$

$\angle AEF = 90^\circ$ より

$$\begin{aligned} \angle CEH &= 180^\circ - \angle BEF \\ &= 180^\circ - (90^\circ + \angle AEB) \\ &= 90^\circ - \angle AEB \quad \cdots \textcircled{3} \end{aligned}$$

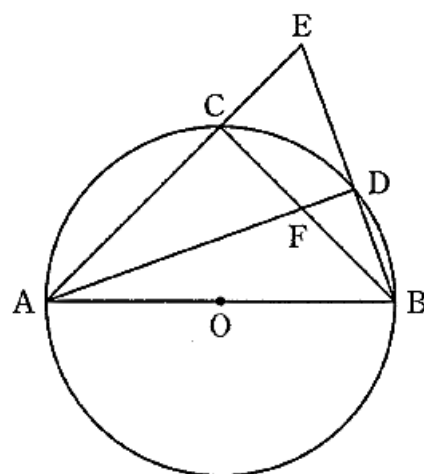
$$\textcircled{2}, \textcircled{3} \text{より } \angle BAE = \angle CEH \quad \cdots \textcircled{4}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{4}$ より 2組の角がそれぞれ等しいから、
 $\triangle ABE \sim \triangle ECH$

右の図のように、AB を直径とする円 O の周上に、 $AC = BC$ となる点 C をとる。点 A をふくまない方の弧 BC 上に点 D をとり、AC の延長と BD の延長との交点を E とし、AD と BC の交点を F とする。

このとき、 $\triangle AFC \equiv \triangle BEC$ であることを証明しなさい。

平成 22 年度



解 答

(例)

$\triangle AFC$ と $\triangle BEC$ において

仮定より

$$AC = BC \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

AB は円の直径だから、円周角の定理より

$$\angle ACF = 90^\circ \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

また

$$\begin{aligned} \angle BCE &= 180^\circ - \angle ACF \\ &= 180^\circ - 90^\circ \\ &= 90^\circ \quad \cdots \cdots \textcircled{3} \end{aligned}$$

②, ③より

$$\angle ACF = \angle BCE \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

弧 CD に対する円周角は等しいから

$$\angle CAF = \angle CBE \quad \cdots \cdots \textcircled{5}$$

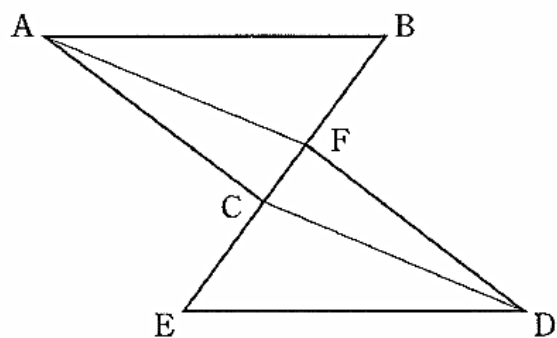
①, ④, ⑤より

1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

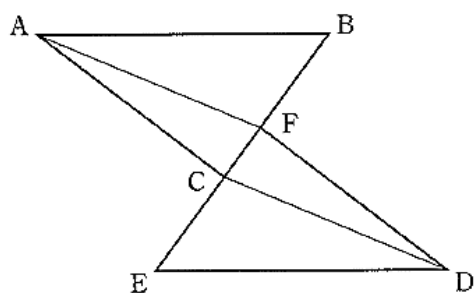
$$\triangle AFC \equiv \triangle BEC$$

下の図で、 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ で、4点 B, F, C, E は、1つの直線上にある。点 A と点 F, 点 D と点 C をそれぞれ結ぶとき、 $\triangle ABF \equiv \triangle DEC$ であることを証明しなさい。

平成21年度



解 答



(例)

$\triangle ABF$ と $\triangle DEC$ において、

$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ より

$$AB = DE \quad \dots\dots ①$$

$$\angle ABF = \angle DEC \quad \dots\dots ②$$

$$BC = EF \quad \dots\dots ③$$

また

$$BF = BC - CF \quad \dots\dots ④$$

$$EC = EF - CF \quad \dots\dots ⑤$$

③, ④, ⑤より

$$BF = EC \quad \dots\dots ⑥$$

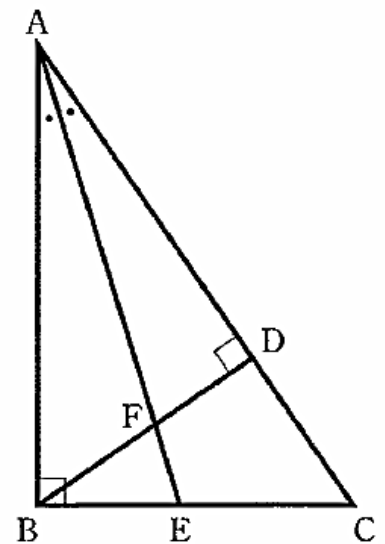
①, ②, ⑥より, 2辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABF \equiv \triangle DEC$$

右の図のように、 $\angle ABC=90^\circ$ の直角三角形 ABC において、頂点 B から辺 AC に垂線 BD を引く。また、 $\angle BAC$ の二等分線と辺 BC、BD との交点をそれぞれ E、F とする。

このとき、 $BE=BF$ であることを証明しなさい。

平成 20 年度



----- 解 答 -----

(例)

$\triangle ABE$ と $\triangle ADF$ で、

仮定より

$$\angle BAE = \angle DAF \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle ABE = \angle ADF = 90^\circ \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より 2 組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABE \sim \triangle ADF$$

相似な三角形では、対応する角が等しいから

$$\angle AEB = \angle AFD \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

また、対頂角は等しいから

$$\angle AFD = \angle BFE \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

③, ④より

$$\angle BEF = \angle BFE$$

よって、2 角が等しいから

$\triangle BEF$ は二等辺三角形である。

したがって $BE=BF$

